

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОПРОСА О НЕОБХОДИМОСТИ СЕЗОННОЙ КОРРЕКТИРОВКИ ДАННЫХ В ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ⁷

И.П. Станкевич

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Россия, 101000, ул. Мясницкая, 20, vpvstankevich@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается вопрос о необходимости сезонной корректировки данных для использования в динамических моделях. Показывается, что сезонная корректировка может оказывать значительное влияние на свойства временного ряда с точки зрения тестов на единичные корни и совокупности рядов с точки зрения тестов на коинтеграцию. Это влияние зависит от типа выбранной процедуры сезонной корректировки и конкретного теста. При наличии в рядах коинтеграции (долгосрочной взаимосвязи между переменными) сезонная корректировка любого вида снижает точность определения параметров коинтеграционного соотношения, если сезонность в рядах находится в противофазе (долгосрочное соотношение сезонности не содержит). В случае, когда долгосрочное соотношение содержит сезонную компоненту, сезонная корректировка, напротив, значительно повышает точность как установления факта наличия коинтеграции, так и точность оцененных параметров коинтеграционного соотношения. Эти результаты устойчивы и характерны для всех рассматриваемых процедур сезонной корректировки.

Ключевые слова: сезонность, корректировка сезонности, временные ряды, динамические модели экономики.

Введение

Сезонность – периодичность в данных, колебания, повторяющиеся каждый год примерно в одно и то же время – присутствует во многих временных рядах, в том числе и экономических. Причины ее появления достаточно ясны (климат, праздники, чисто административные моменты, связанные, к примеру, с периодом выплаты налогов), но отсутствует консенсус касательно необходимости и способов ее удаления из данных. С одной стороны, общепризнанным является тот факт, что сезонность, особенно достаточно сильная, значительно искажает тренды и зависимости между показателями, сильно повышает дисперсию рядов и снижает точность оцениваемых показателей. Ее присутствие в данных приводит к необходимости явно учитывать в модели связь текущих значений показателей со значениями год назад, хотя эта связь и является чисто технической и не несет в себе никакой пользы для понимания механизмов, стоящих за происходящими в экономике процессами.

С другой стороны, и удаление сезонности нередко приводит к негативным последствиям. Существует большой пласт работ, посвященных исследованию проблем, к которым приводит сезонная корректировка. В целом, их можно разделить на две большие группы: одна концентрируется на проблемах с рядом как таковым ([1]–

⁷ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научно-исследовательского проекта 16-31-00500 мол_а "Межвременное равновесие в модели российской экономики на основе многопродуктовой декомпозиции макроэкономического баланса по элементам использования и описания элементов баланса доходов и расходов населения с применением вариационного принципа"

ложная сезонность при сезонной корректировке рядов, сезонности не содержащих, [8] – неустойчивость скорректированных рядов при добавлении новых данных, [11] – сезонная корректировка уменьшает величину и увеличивает продолжительность шоков), другая – на нарушении статистических свойств ряда после сезонной корректировки. Последняя группа работ представляет для нас особенный интерес, потому что именно изучение статистических свойств рядов (стационарности и коинтеграции), как правило, является первым шагом на пути построения динамических макроэкономических моделей. В этом направлении стоит выделить прежде всего [6], где аналитически демонстрируется наличие сдвига в распределении тестовой статистики в тестах на единичные корни при использовании сезонной корректировки: корректировка стационарного ряда может привести к тому, что тесты будут принимать его за нестационарный. Эти рассуждения применимы не ко всем классам процедур сезонной корректировки и не ко всем тестам на единичные корни, однако результат породил целый пласт близких по духу работ: сезонные единичные корни исследуются в [5], связь сезонных и обычных единичных корней – в [7]. В [3] показывается, что сезонная корректировка нестационарного ряда может привести к появлению в ряде необратимой MA-части.

Стоит также обратить внимание и на расхождения в подходах к сезонной корректировке рядов. На данный момент широко используются две процедуры сезонной корректировки, основанные на разных принципах и обладающие разными свойствами, – это семейство X-11 (US Bureau of Census) и процедура TRAMO/SEATS (Bank of Spain). Процедурами первого семейства сезонно корректируется практически вся американская официальная статистика (и очень часто данные без сезонной корректировки оказываются просто недоступны), второй процедурой – в значительной степени европейская статистика.

Другим важным моментом является то, что очень часто на этапе оценки моделей вопрос о сезонной корректировке данных либо просто игнорируется, либо в статье просто упоминается тот факт, что данные сезонно скорректированы, нередко даже без указания метода (см., к примеру, [9, 13] и многие другие работы). Основной причиной того является сложившаяся за последние полвека традиция публиковать и использовать скорректированные данные «по умолчанию» и недостаток интереса, особенно со стороны статистических служб, к работам, указывающим на недостатки процедур сезонной корректировки.

В данной работе исследуются два основных тесно взаимосвязанных вопроса. Во-первых, это влияние сезонной корректировки на тесты на единичные корни. В отличие от большинства работ на эту тему, здесь будет рассматриваться не одна отдельная процедура (как правило, рассматривается X-11), а будут сравниваться несколько процедур: популярные X-11 и TRAMO/SEATS и простая процедура, основанная на наборе сезонных фиктивных переменных, в духе [2], и сравнение будет проводиться на основе нескольких популярных тестов. Во-вторых, это влияние сезонной корректировки на тест Энгла-Гренджера на коинтеграцию (тест Энгла-Гренджера основан на проверке стационарности полученного определенным образом ряда остатков, поэтому логично вписывается в общую канву работы). Для тех же трех процедур будет исследовано влияние сезонной корректировки как на сам тест, так и на оцененные значения параметров коинтеграционного соотношения. В силу высокой сложности и непредставимости в аналитическом виде современных процедур сезонной корректировки, исследование будет проводиться методом Монте-Карло. Во всех случаях, кроме отдельно оговоренных, предполагалась мультипликативная сезонность, т. е. структура ряда вида

$$y_t = T_t S_t,$$

где y_t - исходный ряд, T_t - трендовая компонента, S_t - сезонная компонента. Аддитивная сезонность, предполагающая $y_t = T_t + S_t$, используется только один раз.

Сначала генерировалась трендовая компонента как простой AR(1) процесс вида

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

где ε_t - белый шум. Затем она домножалась на фиксированный набор сезонных коэффициентов, подобранных так, чтобы их произведение за год было равно 1 (чтобы не вносить искажений в среднее значение ряда). Всюду брались ряды длиной в 100 точек и предполагалась квартальная структура данных. Таким образом, сгенерированные данные соответствуют 25 годам наблюдений за величиной, что примерно соответствует, к примеру, максимальной длине доступных данных по макроэкономической статистике РФ.

В силу достаточно высокой сложности алгоритмов сезонной корректировки и продолжительности времени их работы, пришлось ограничиться 5000 итераций для каждого отдельного случая в методе Монте-Карло. Для большинства случаев исследование было повторено неоднократно и результаты оказались устойчивыми, поэтому такое количество итераций представляется нам достаточным. Все вычисления проводились в R с использованием пакетов *seasonal*, *tseries*, *egcm*, *urca* и *ggplot2*.

Тесты на единичные корни

Стационарность – одно из ключевых свойств временных рядов в эконометрике. Формально стационарность в широком смысле - это постоянство во времени математического ожидания и дисперсии ряда и независимость автоковариационной функции от времени: $E(y_t) = const, D(y_t) = const, cov(y_t, y_{t-k}) = f(k), \forall t$.

Тестирование на стационарность (отсутствие единичного корня) определяет, следует ли использовать в макроэкономической модели уровни показателей или их разности, нужно ли и можно ли проверять ряды на коинтеграцию, в конечном итоге – определяют тип используемой модели. Из существующей массы тестов в настоящем исследовании рассматривается три популярных теста на единичный корень: расширенный тест Дики-Фуллера (Augmented Dickey-Fuller test, дальше в тексте ADF тест), тест Филлипса-Перрона (Phillips-Perron test, дальше PP тест) и тест Кватковски-Филлипса-Шмидта-Шина (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test, дальше KPSS тест).

Тест Дики-Фуллера впервые был представлен в работе [4] и стал одним из самых популярных тестов на единичные корни. Он используется как тест по умолчанию во многих статистических пакетах, первым рассказывается в рамках курсов временных рядов, поэтому исследование его поведения представляется крайне важным и актуальным вопросом. Напомним, что в тесте Дики-Фуллера оценивается модель:

$$\Delta y_t = b y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t.$$

И проводится проверка значимости коэффициента b . Если он значимо отличается от 0 – ряд оказывается стационарным, в противном случае ряд содержит единичный корень и признается нестационарным.

Для проверки качества работы теста Дики-Фуллера (как и двух других тестов), генерировались AR(1) процессы с мультипликативной сезонностью и параметром α , равным 0.5, 0.7 и 0.9, и корректировались каждым из трех методов. Затем, для четырех рядов: исходного (не очищенного от сезонности) и трех сезонно скорректированных – проводился тест Дики-Фуллера. Разные значения α использовались для проверки устойчивости результатов к виду ряда, фактически – его близости к нестационарному (нестационарным AR(1) процесс становится при $\alpha = 1$). Результаты представлены на рис. 1. Изображены ядерные оценки плотности распределения расчетного значения

ADF статистики, левая плотность соответствует тесту по нескорректированным данным, затем идет плотность по скорректированным простой процедурой на базе фиктивных переменных, по SEATS, с помощью фильтра X-11 (самая светлая заливка). Вертикальная линия показывает критическое значение ADF статистики для 100 наблюдений (при значении тестовой статистики больше (т.е. меньше по модулю) критической, ряд признается нестационарным) на 1% уровне значимости:

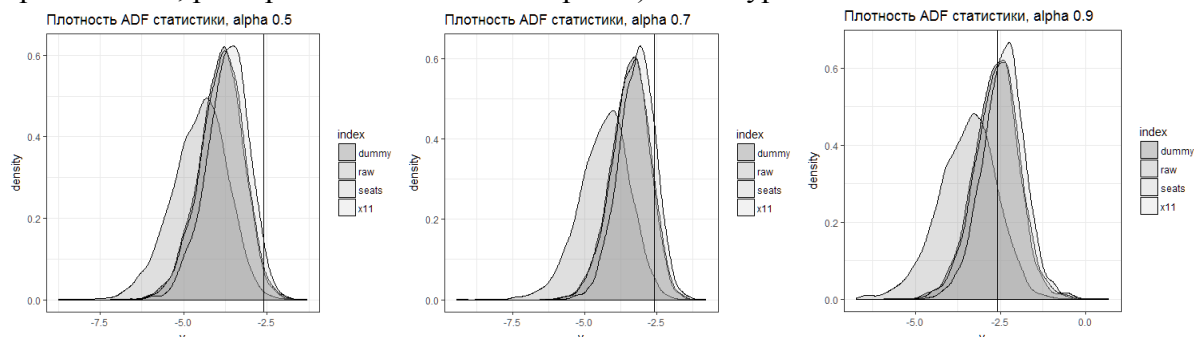


Рис. 1. Смещение в тесте Дики-Фуллера при росте параметра α

Здесь заметно несколько интересных эффектов. Помимо ожидаемого падения мощности при росте α видно смещение в тестовой статистике, привносимое процедурами сезонной корректировки в духе [6]. Несмотря на то, что полученные там выводы касались только процедур, основанных на линейной фильтрации (из трех изучаемых нами – только X-11), смещение видно для всех процедур сезонной корректировки, притом смещение это возрастает по мере приближения ряда к нестационарному. Другой интересный эффект – это то, что наибольшее смещение демонстрирует именно процедура X-11. Это видно и графически, и из таблицы, демонстрирующей долю неверно определенных на 1% уровне значимости рядов, в зависимости от параметра α .

Таблица 1. Доля неверно определенных ADF тестом рядов

	Исходный ряд	Фиктивные переменные	SEATS	X-11
$\alpha = 0.5$	0,44%	1,56%	2%	3,22%
$\alpha = 0.7$	1,34%	9,22%	10,36%	16,38%
$\alpha = 0.9$	14,38%	48,82%	52,04%	62,7%

Интересно также отметить, что самая простая процедура из рассматриваемых, основанная на наборе фиктивных переменных, описание которой занимает несколько страниц, а не сотен страниц (семейство X-11 описано, к примеру, в [14], TRAMO/SEATS в [15]), стабильно демонстрирует лучший результат.

Тест Филлипса-Перрона, представленный в [12], в значительной степени похож на тест Дики-Фуллера, но в отличие от последнего для более полного учета лаговой структуры ряда вместо прямого моделирования лагов при помощи члена $\sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta y_{t-i}$ в уравнении использует более простой вид оцениваемого уравнения: $\Delta y_t = b y_{t-1} + \varepsilon_t$, но корректирует расчетное значение тестовой статистики. Тест Филлипса-Перрона оказался значительно более устойчивым к сезонности и ее корректировке:

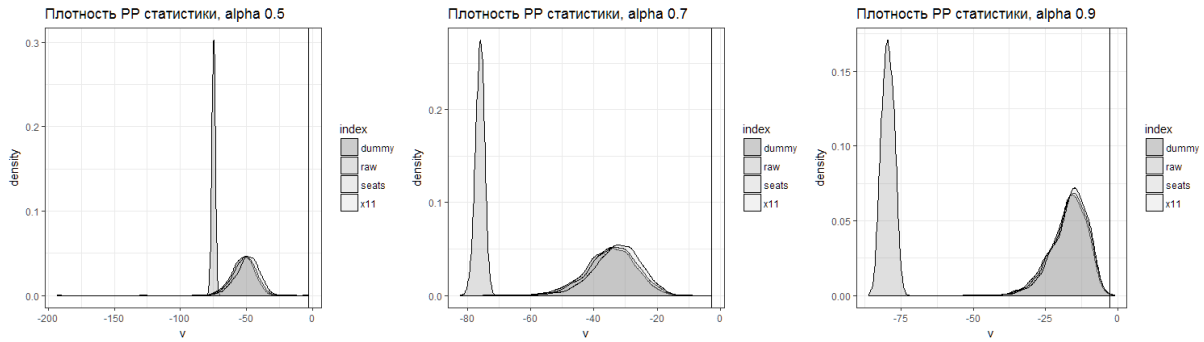


Рис. 2. Смещение в тесте Филлипса-Перрона при росте параметра α

Несмотря на заметное смещение в распределении тестовой статистики, вызываемое процедурами сезонной корректировки, мощность теста достаточно высока, чтобы ошибки в определении типа ряда появились только при $\alpha = 0.9$, при этом на 5000 итераций мы видим только по 2 ошибки для SEATS и фиктивных переменных и 4 ошибки для X-11. Однако эта проблема может стать более серьезной по мере приближения ряда к нестационарному и для рядов более сложной структуры. Заметим также, что X-11 по-прежнему демонстрирует худшие результаты из трех процедур.

В отличие от двух предыдущих тестов KPSS тест, представленный в [10], предполагает, что ряд может быть разложен на сумму детерминированного тренда и стохастического тренда (случайного блуждания):

$$y_t = \gamma t + r_t + \varepsilon_t, \text{ где } r_t = r_{t-1} + u_t .$$

И проверяет при помощи LM-статистики гипотезу о равенстве дисперсии u_t нулю, что соответствует превращению r_t в константу и стационарности ряда около линейного тренда. Соответственно нулевая гипотеза здесь – стационарность ряда, а критическая область – это область значений тестовой статистики больше критического значения. Тот факт, что тест основан на совершенно других принципах, чем предыдущие два, позволяет предположить, что и результаты для него могут отличаться от полученных выше. Однако это не так, и смещение по-прежнему есть (вертикальная линия – все еще критическое значение статистики на 1% уровне значимости, справа от нее ряд ошибочно признается нестационарным):

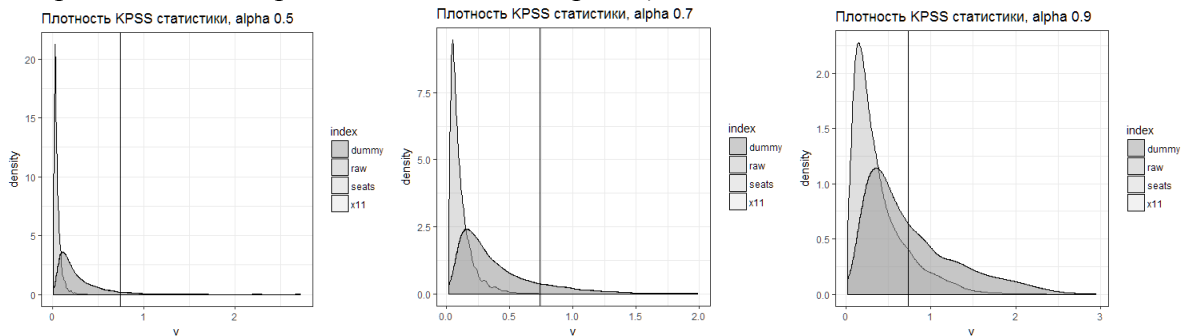


Рис. 3. Смещение в KPSS тесте при росте параметра α

Сезонно скорректированные ряды демонстрируют смещение, при этом меняется не только среднее значение тестовой статистики, но и значительно вырастает дисперсия. Масштабы ошибок можно понять из следующей таблицы.

Таблица 2. Доля неверно определенных KPSS тестом рядов

	Исходный ряд	Фиктивные переменные	SEATS	X-11
$\alpha = 0.5$	0%	3,96%	4,02%	4,12%
$\alpha = 0.7$	0%	12,14%	12,2%	12,42%
$\alpha = 0.9$	13,08%	40,14%	40,32%	40,44%

Все процедуры сезонной корректировки показали практически одинаковые результаты. По-прежнему число ошибок возрастает с ростом α . Что интересно, если сравнивать результаты KPSS теста с ADF тестом, можно заметить, что при низких значениях α меньше ошибок в определении типа ряда совершается ADF тестом, а при высоких – KPSS тестом.

Тесты на коинтеграцию

Кoineгpaция – наличие такой связи между нестационарными рядами, что определенная линейная комбинация этих рядов (называемая коинтеграционным соотношением) является стационарной. Как правило, в эконометрике это соотношение трактуется как долгосрочная взаимосвязь между рядами. Наличие или отсутствие коинтеграции между рядами определяет форму используемой эконометрической модели, поэтому корректный ее поиск и точная оценка параметров коинтеграционного соотношения – задача первостепенной важности как с технической точки зрения (выбор модели), так и с содержательной (трактовка коэффициентов коинтеграционного соотношения). Один из самых популярных тестов на коинтеграцию – тест Энгла-Грэнджера – основан на прямом оценивании коинтеграционного соотношения и проверке стационарности его остатков, и именно его мы используем в данном исследовании. Мы генерируем по 2 ряда с коинтеграцией и сезонностью, проверяем наличие коинтеграции и коэффициенты коинтеграционного соотношения для исходных рядов и рядов, скорректированных каждой из трех рассматриваемых процедур. Структура коинтеграционного соотношения предполагается простейшая:

$$y_t + a + bx_t = \varepsilon_t, \text{ где } \varepsilon_t - \text{стационарный процесс.}$$

Первый рассмотренный нами случай – когда сезонность в рядах устроена таким образом, что коинтеграционное соотношение сезонности не содержит (сезонность в рядах идет в противофазе). Тогда результаты для коэффициентов и статистики теста Энгла-Грэнджера (для коэффициентов вертикальная линия показывает истинное значения, для статистики – критическое значение, справа от которого ошибочно принимается решение об отсутствии коинтеграции):

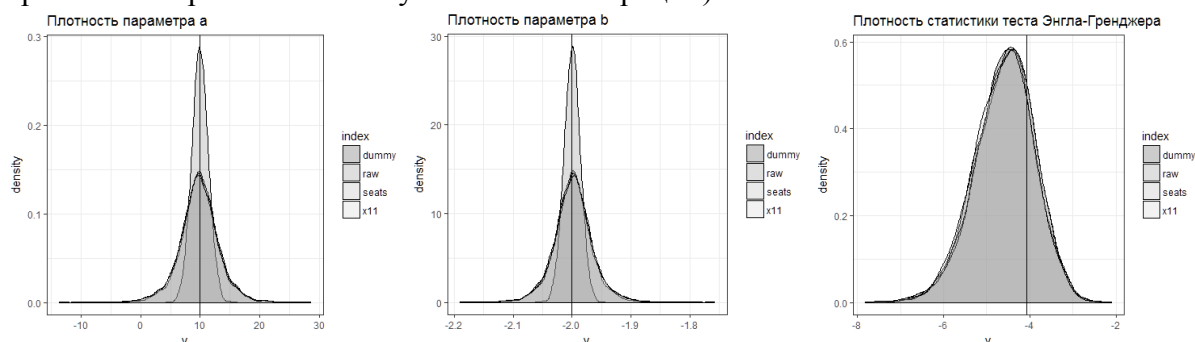


Рис. 4. Коинтеграция при отсутствии сезонности в коинтеграционном соотношении

Полученные результаты говорят в пользу использования не скорректированных данных: при том же распределении тестовой статистики оценки коэффициентов коинтеграционного соотношения обладают значительно меньшей дисперсией. Однако результаты меняются, если в коинтеграционном соотношении присутствует сезонность:

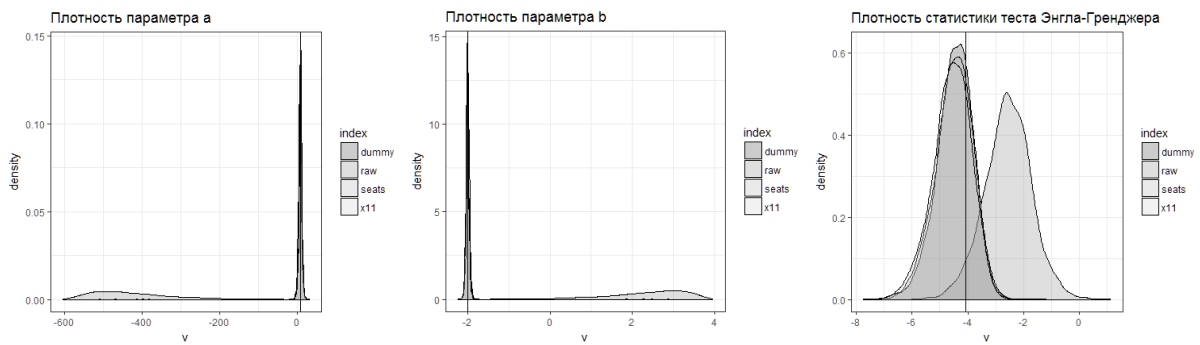


Рис. 5. Коинтеграция при наличии сезонности в коинтеграционном соотношении

При использовании нескорректированных данных доля пар рядов, ошибочно определенных тестом Энга-Грэнджера как некоинтегрированные, растет с 24-28% для скорректированных рядов до 95%. Оценки параметров коинтеграционного соотношения оказываются смещенными (средние: -431 против истинных 10 для параметра a , 2.38 против истинных -2 для параметра b) и обладают огромной дисперсией. Для всех пар скорректированных рядов результаты оказываются близки друг к другу (хотя X-11 и показывает чуть более точное как определение коинтеграции, так и оценку параметров коинтеграционного соотношения) и к истинным значениям, при этом, как уже упоминалось, процент ошибок примерно в три раза меньше, чем у нескорректированных рядов.

Что интересно, результаты, касающиеся параметров коинтеграционного соотношения немного меняются при использовании аддитивной сезонности вместо мультипликативной:

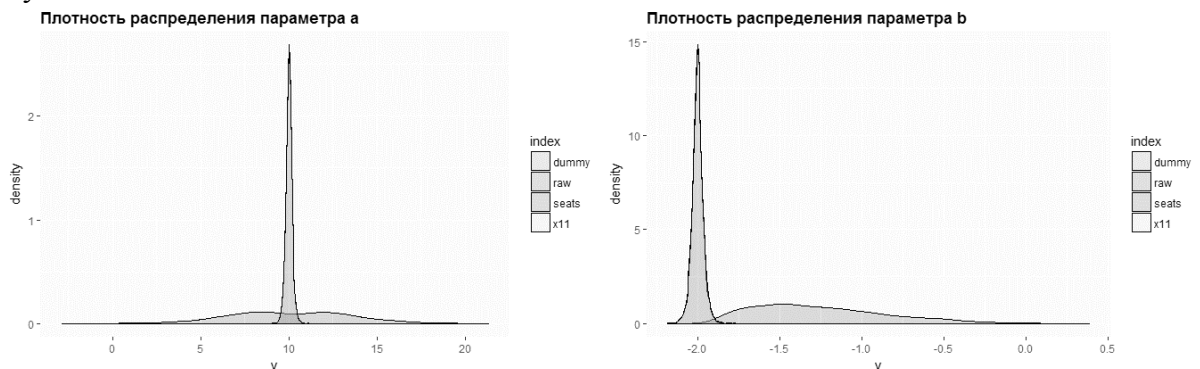


Рис. 6: Смещение в параметрах коинтеграционного соотношения при аддитивной сезонности

Дисперсия оценок параметров коинтеграционного соотношения для нескорректированных данных вырастает на 2-3 порядка по сравнению со скорректированными, но средние значения теперь остаются рядом с истинными (среднее значение параметра a соответствует средним оценкам этого параметра по скорректированным рядам, смещение в параметре b присутствует, но значительно меньше, чем в случае мультипликативной сезонности).

Эти результаты остаются устойчивыми при разных соотношениях сезонности в рассматриваемых рядах: отдельно рассматривались и случаи полностью одинаковой сезонности в рядах x и y , когда размах сезонности в коинтеграционном соотношении усиливается вдвое по сравнению с исходными рядами, и случаи несовпадающей сезонности. Стоит также отметить, что ни в одном из случаев не было обнаружено заметного превосходства или отставания какого-то отдельного метода сезонной корректировки, как это было с отставанием X-11 в тестах на единичные корни.

Это наблюдение является очень сильным аргументом в пользу необходимости сезонной корректировки рядов перед использованием для построения макроэкономических моделей: отсутствие корректировки приводит к тому, что факт

наличия коинтеграции устанавливается в несколько раз реже, дисперсия оценок коэффициентов долгосрочной взаимосвязи между показателями оказывается на порядок выше, а сами оценки – значительно менее точными, в большинстве случаев – смещенными. Таким образом, использование нескорректированных оценок может привести к значительной ошибке в определении структурных параметров модели или даже к использованию изначально неправильной модели.

Заключение

В работе проводится исследование поведения тестов на единичные корни и коинтеграцию в данных с сезонностью и сезонно скорректированных данных. Рассматриваются три метода сезонной корректировки: широко распространенные на практике TRAMO/SEATS и семейство X-11, и простая процедура сезонной корректировки, основанная на фиксированном наборе сезонных фиктивных переменных. Проводится Монте-Карло исследования с целью выяснения устойчивости результатов упомянутых тестов в зависимости от используемого ряда.

Для трех популярных тестов на единичные корни (ADF, PP, KPSS) показывается, что использование сезонной корректировки приводит к смещению распределения тестовой статистики в сторону принятия стационарного в реальности ряда за нестационарный. Масштаб этого смещения возрастает по мере приближения генерируемого ряда к нестационарному (по мере роста коэффициента для ряда типа AR(1)). Также наибольшие смещения демонстрирует процедура X-11, наименьшие – основанная на фиктивных переменных, хотя различия последней процедуры и TRAMO/SEATS невелики. Этот результат устойчив для всех трех тестов, однако тест Филлипса-Перрона демонстрирует самую большую мощность: несмотря на смещенность тестовой статистики, доля неправильно определенных рядов остается минимальной. ADF тест немного лучше работает на рядах, далеких от нестационарного, KPSS – на рядах, близких к нестационарным.

Результаты для теста Энгла-Гренджера на коинтеграцию оказываются в определенном смысле противоположными: использование сезонной корректировки в большинстве случаев улучшает качество работы теста. Исключение – редкий случай, когда сезонность в исходных рядах находится в противофазе так, что в коинтеграционном соотношении ее не остается: тогда сезонная корректировка увеличивает дисперсию оценок коэффициентов коинтеграционного соотношения. В более правдоподобном случае наличия сезонности в коинтеграционном соотношении отсутствие сезонной корректировки приводит как к значительному росту доли рядов, неправильно определенных как некоинтегрированные, так и к смещениям и росту дисперсии оценок параметров коинтеграционного соотношения.

Подводя итог, можно сделать вывод, что использование сезонной корректировки оправдано в случаях, когда необходимо оценивать связи между переменными, потому что использование нескорректированных данных приводит к значительным смещениям как в определении наличия связи между рядами, так и в оценке параметров этой связи. Для случая оценки авторегрессионных моделей (используемых, к примеру, в прогнозировании), когда будущие значения ряда прогнозируются через предыдущие, можно рекомендовать использовать нескорректированные данные, потому что сезонная корректировка может привести к смещениям в тестах на единичные корни, необходимых для корректного выбора авторегрессионной модели. В контексте динамических макроэкономических моделей, где присутствует и оценка зависимостей между переменными, и проверка стационарности отдельных рядов, наблюдается ситуация выбора между точностью оценок связи между показателями и качеством самих рядов. В целом, корректировка сезонности необходима, но требуется учитывать

возможные смещения в тестах на единичные корни, к примеру, используя в моделях предыдущие значения показателей, переходя к разностям и темпам прироста.

Литература

1. Бессонов В.А, Петроневиц А.В. Сезонная корректировка как источник ложных сигналов // *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 2013.Т.17.№4.
2. Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Станкевич И.П. Об использовании фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия. // *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 2015. Т.19. №2.
3. del Barrio Castro, T., and Osborn D. R.. "The Distribution of Unit Root Test Statistics after Seasonal Adjustment." (2014).
4. Dickey D. A., Fuller W. A.. "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root." *Journal of the American statistical association* 74.366a (1979). Pp. 427-431.
5. Ghysels E., Lee H, S., Noh J.. "Testing for unit roots in seasonal time series: some theoretical extensions and a Monte Carlo investigation." *Journal of econometrics* 62.2 (1994). Pp. 415-442.
6. Ghysels, E., Perron P.. "The effect of seasonal adjustment filters on tests for a unit root." *Journal of Econometrics*,1993. V.55. №1-2. Pp. 57-98.
7. Granger, C.W.J., Siklos P.L.. "Systematic sampling, temporal aggregation, seasonal adjustment, and cointegration theory and evidence." *Journal of Econometrics*, 1995. V.66. №1. Pp. 357-369.
8. Hood C. C. "Comparison of time series characteristics for seasonal adjustments from seats and x-12-arima." *ASA proceedings, business and economic statistics section, alexandria, VA: ASA* (2002).
9. Korobilis D. "VAR forecasting using Bayesian variable selection." *Journal of Applied Econometrics*,2013. V.28. №2. Pp. 204-230.
10. Kwiatkowski D., et al. "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?." // *Journal of econometrics*,1992. V.54.№1-3. Pp. 159-178.
11. Matas-Mir A., Osborn D. R., Lombardi M. J.. "The effect of seasonal adjustment on the properties of business cycle regimes." *Journal of Applied Econometrics*, 2008. V.23. №2. Pp. 257-278.
12. Phillips, P.C.B., Perron P.. "Testing for a unit root in time series regression." *Biometrika*,1988. Pp. 335-346.
13. Smets F., Wouters R.. "Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach." *The American Economic Review*,2007. V.97.№3. Pp. 586-606.
14. Guide to Seasonal Adjustment with X-12-ARIMA, ONS Methodology and Statistical Development, 2007.
15. Introductory notes of TRAMO and SEATS, Bank of Spain, 2003.